

# フックの法則と波の速さ

村田憲治 (加納高校)

前回、つるまきばねをマクロな弾性体と考えて、これを伝わる縦波（縦波と呼ぶのは、やや問題があるようですが、とりあえずこうしておきます）の速さを表す式を作ってみました。その後、いろいろ文献をあさってみたり、サークル例会で検討してみたところ、たぶんあれでよからうという結論に達しました。少し補足をしてみたいと思います。

## ① 「フックの法則」と波の伝わる速さ

高校の教科書では、フックの法則を  $F = kx$ （変形の大きさは力に比例する）と書きますが、大学教養課程以上の物理の教科書では、例えば固体の場合、ヤング率を  $E [N/m^2]$  として、

$$\frac{F}{S} = E \frac{x}{L} \quad (\text{単位長さあたりの変形は、固体断面の単位面積あたりの力に比例する})$$

などという書き方をしています。これと同形式で、流体の体積弾性率  $k$ 、固体の剛性率  $n$  なども定義されており、波の伝わる速さも

ヤング率  $E$ 、密度  $\rho$  の固体中を伝わる縦波の速さ  $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \dots \textcircled{1}$

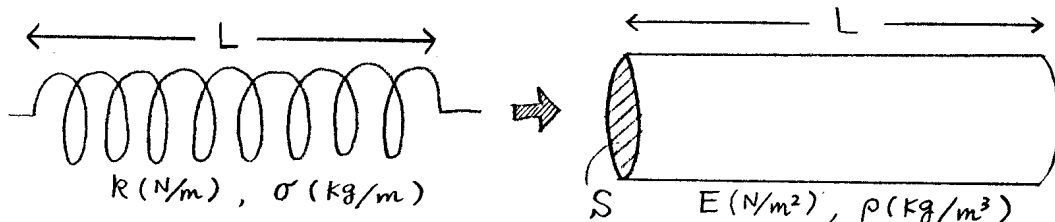
体積弾性率  $k$ 、密度  $\rho$  の流体中を伝わる縦波の速さ  $v = \sqrt{\frac{k}{\rho}} \dots \textcircled{2}$

剛性率  $n$ 、密度  $\rho$  の固体中を伝わる横波の速さ  $v = \sqrt{\frac{n}{\rho}} \dots \textcircled{3}$

と同じ形式で表され、たいへんスッキリしています。

## ② ばねをマクロな弾性体と考えることの意味

前回のように、ばねをマクロな弾性体と考えて、上式の形式に合わせていくことは、弾性体をトータルとして理解していく上で一定の意味があるのではないかと思います。そういう形式性を意識しながら、もう一度ばねを伝わる波の速さを導いてみると、



$F = kx$ ,  $\frac{F}{S} = E \frac{x}{L}$  の2式より、 $E = \frac{kL}{S}$ （ばねのヤング率）となり、これを①に代入して

ばねを伝わる波の速さ  $v = \sqrt{\frac{kL}{\rho S}} = \sqrt{\frac{kL}{\sigma}}$  [  $\sigma$  は、ばねの（ばねをつくる金属ではない）線密度 ]

となるわけです。