

# 起き上がる地球ゴマ

村田憲治（加納高校）

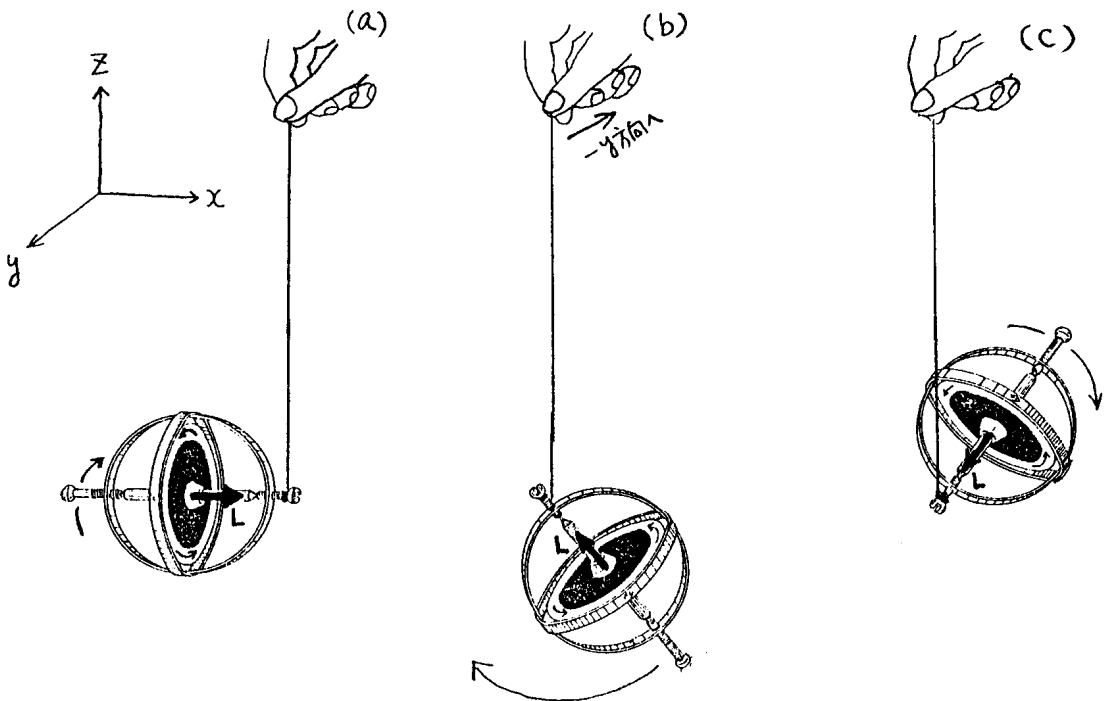
最近、玩具屋などでもあまり見かけることのなくなった地球ゴマを東急ハンズで手に入れました。（¥1,500の大きいものと¥1,200の小さいものの2つ）

これを使って、サークルニュースNo. 112で小川さんが報告していたコマの才差運動についていろいろと試しながら遊んでいたら、面白いことを発見しました。（自転車の車輪もダイナミックで良いのですが、地球ゴマもなかなか捨て難い魅力があります）

## ■ 地球ゴマが起き上がる！

下図（a）のように回転している地球ゴマを糸でつるすと、コマは $x-y$ 平面上を上から見て時計回りに回転します。（サークルニュース p2451参照）

しばらくそのままにしておくと、（b）のような才差運動になります。この状態で、糸をもった手をうまく動かしてやると（c）のようにコマを起き上がらせることができます。



その方法はこうです。（b）の状態、コマの軸が図のように $x-z$ 平面に平行な位置にきたとき、糸をもった手をスッと『 $-y$ 方向』へ動かしてやるのです。

2, 3度この操作を繰り返してやると、徐々にコマは起き上がってきて、（c）のようになります。

糸の結び目の所にはたらく $-y$ 方向の力によるモーメントベクトルは、コマの角運動量 $L$ に垂直かつ $x-z$ 平面に平行で（b）図で言うと左下（文章で書くとややこし

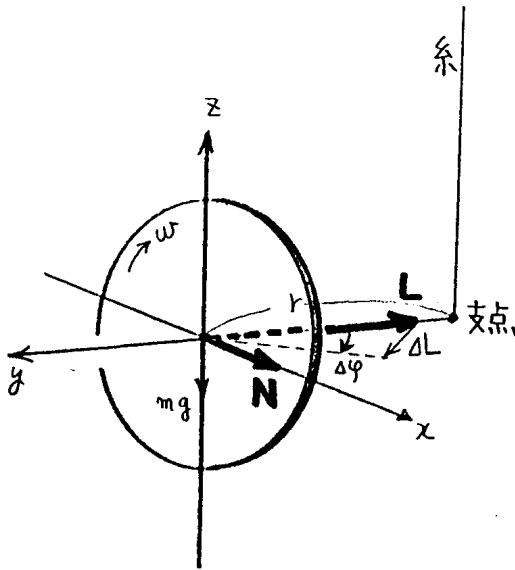
いな～)を向いていますから、角運動量ベクトル $L$ が左下に向かって、その向きを変えていくことになるからです。これは、p2449にある「自転車のハンドルを右に切ると車体が左に傾く」という現象とまったく同じです。

地球ゴマでなくても、自転車の車輪を取り外してロープでつるしたもので、(腕は相当疲れますが)この芸当はできます。

ただし、車輪をあまり高速回転させると車輪の角運動量ベクトルが大きいので、外力によるモーメントの効きが悪くなるため、なかなか起き上がってきません。「回転数が落ちてからやる」というのがコツです。

### ■ 角運動量が小さいと、才差運動の角速度は大きい

大、小2つの地球ゴマで、重力による才差運動を比べてみたところ、直径の小さなゴマの方が速く才差運動することに気がつきました。回転数が落ちてくるとさらに速くなります。これはなぜでしょうか？ ちょっと計算してみましょう。



角運動量ベクトル $L$ の変化率と外力によるモーメントベクトル $N$ の関係式

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = N \quad \dots \textcircled{1}$$

(ただし、 $N = mgr$ )

図より  $\frac{\Delta L}{L} = \Delta\varphi \quad \dots \textcircled{2}$

①, ② より、

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{N}{L}$$

ゴマの質量	$m$
ゴマの慣性モーメント	$I$
ゴマの自転の角速度	$\omega$
支点までの距離	$r$
ゴマの角運動量	$L$
重力によるモーメント	$N$
$\Delta t$ 秒間の $L$ の変化	$\Delta L$
$\Delta t$ 秒間の軸の回転	$\Delta\varphi$
才差運動の角速度	$\Omega$ とする。

$\Delta t \rightarrow 0$ の極限をとると、才差運動の角速度 $\Omega$ が求まる。

$$\Omega = \frac{N}{L} = \frac{mgr}{I\omega}$$

というわけで、才差運動の角速度 $\Omega$ は、ゴマの角運動量 $I\omega$ に反比例するから、上記のような違いが起こるようです。

自転車の車輪でも、いろいろな直径のものを比べてみると面白いですよ。

