

金属板1枚の電気容量は？

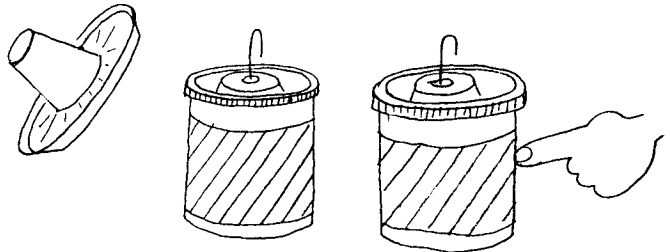
村田憲治（加納高校）

■ フィルムケース・ライデンびんの実験

3年生の物理の授業で、コンデンサを教えているとき、アルミ皿起電盆とフィルムケースライデンびんで生徒を遊ばせながら、こんな問題を出しました。

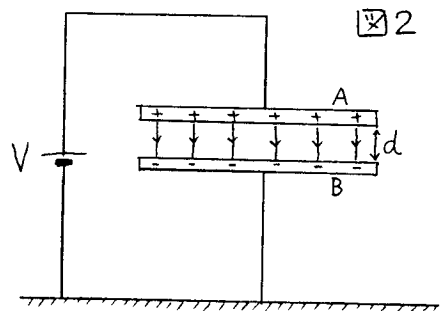
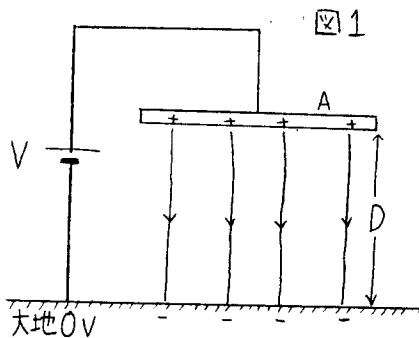
【問題】ライデンびんの外側の金属箔を手で触れながら充電したとき、触れないときとではどちらがライデンびんに多くの電気量をためられるだろうか？

- ア. 触れながら充電したとき
- イ. 触れないで充電したとき
- ウ. 同じ



生徒たちは感電してギャーギャー言いながらも、答えは **ア** であることを身体で確かめました。

次に図解しながら説明。



手を触れないで充電する場合のモデル図は図1だ。

面積 S の金属板 A と大地間に一様な電界 E_1 ができているとすれば、ガウスの定理から

$$SE_1 = \frac{Q_1}{\epsilon_0} \quad \text{より、} \quad E_1 = \frac{Q_1}{\epsilon_0 S} \quad \text{で、} \quad V = E_1 D \quad \text{に代入して} \quad Q_1 = \frac{\epsilon_0 S}{D} V$$

一方、手を触れながら充電する場合のモデル図は図2のように、大地が近づいてきたことと同じだから、同様の計算で

$$Q_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d} V$$

となる。ここで、 $D > d$ だから $Q_2 > Q_1$ となり、手で触れながら充電すると多くの電気量がたまるわけだ。

ちなみに $\frac{\epsilon_0 S}{d}$ のことを電気容量 C という。図 2 みたいなのを平行板コンデンサとよぶ。

教科書には、いきなり平行板コンデンサが出てくるけど、金属板 1 枚でも電気量をためられるんだ。なぜ 2 枚の極板を接近させて平行に向かい合わせるかっていうと、いま説明したみたいに 1 枚のときよりたくさん電気量がためられるからなんだね。だから、教科書には出てこないけど、宙に浮いた極板 1 枚の電気容量だって計算できるはずなんだよ・・・。

と、得々と説明しながらも「・・・」の部分で考えたのは、こんなこと。

『極板の面積 S で表せるんだろうなー。よく、電磁気の本に宙に浮かんだ金属球の電気容量の計算が載ってるけど、あれと同じようにできるはずだよ。たぶん・・・。』
また、「・・・」だ。

■ 球なら計算できるんだけど板だと無理？

辛いことに、うちのおとなしい生徒さんたちは金属板 1 枚の電気容量はどう表せるのか計算してみる、なんてツツコミを入れてこなかったで、空き時間にこっそり計算を試みてみました。

まず、金属球の場合。帯電（電気量 Q ）した半径 a の金属球を考える。

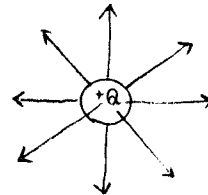
十分に離れた大地の電位を 0V としたとき、球表面の電位 V は、

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{a} \quad \text{であるから、}$$

$$Q = 4\pi\epsilon_0 a V,$$

これと $Q = CV$ から

半径 a の金属球の電気容量 $C = 4\pi\epsilon_0 a$ よしよし、できたぞ。

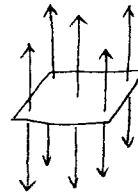


次は、面積 S の金属板の場合。

大地から十分離れて宙に浮いている面積 S の金属板（ Q クーロンに帯電）からは、電気力線は極板の上下に出てて、ガウスの定理から極板近くの電界の大きさ E は、

$$E = \frac{Q}{2\epsilon_0 S} \quad \text{だから、大地に対する電位は } V = Ed \text{ に代入して・・・、あれれ？}$$

$d = \infty$ だから $V = \infty$ になっちゃうぞ。これじゃ宙に浮いた金属板の電気容量が決まらないじゃないか。う～ん。



■ 実験的になら電気容量は決まるはず・・・

で、サークル例会で聞いてみました。

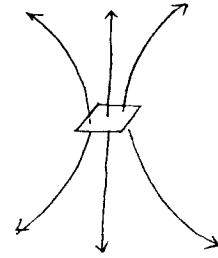
「ふーむ、そういえば、球の電気容量はよく計算するけど、板はやらんなー。」

「でしょ？ 起電盆で帯電させたアルミ皿の電位は何千ボルトだ、なんて僕たちはよく言ってるけど地面から離していくと皿の電位は高くなっていくよね？」

「そうだよ。」

「それが困るんだなー。そうすると電位はそのうち発散しちゃうよ。」

「電気力線が平行のまま、ず～っと伸びていくって考えるのが変なんだよ。無限遠点から見たら球も板も同じさ。つまり帯電板から離れるにつれて電界は弱くなるから、板の電位は発散しない。」



「あ、そうか。でも、板の電位はどうやって計算するの？」

「理論的に計算するってのは、ちょっと無理かな。実験的にやるしかないだろうね。導体紙の上に極板を立てて、高抵抗の電圧計で電位を測るとかして・・・」

「導体紙でできる？」

と、まあこんな具合に議論は続いたのですが、僕としては、何とかうまく計算で出せないかなあという気がしています。ひよっとしたらパソコンを使えば帯電した金属板からかなり離れた位置での電界が計算できるのではないかなどと考えていますが、能力不足のため、これはできていません。

その後も、いろいろと電磁気の本を調べてみたりしているのですが、どれも金属球の電気容量のことしか書いてありませんでした。

【教訓】本当に知りたいことは、本には書かれていない。

