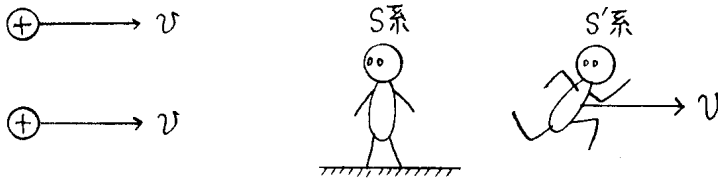


# 『相対性原理』が少し分かってきた

村田憲治 (加納高校)

前回のサークルニュースで、『互いに平行に運動する2つの正電荷の間にはたらく力は?』という原稿を書きました。小川さん、石川さんと僕では、『正電荷の間には斥力がはたらく』という結論は同じものの、力の大きさの計算のところでは大きく異なっているように見えます。さて、どうしてなのでしょう。

## ■ 小川さん、石川さんの計算した力の大きさ



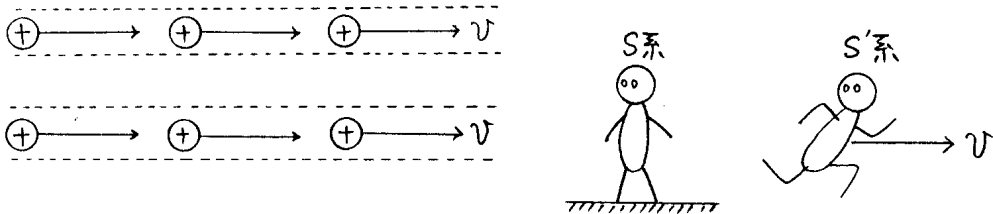
S系で見ると、2つの電荷の間にはたらく力は、 $F_s = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} qE$  [斥力]

S'系で見ると、 $F_{s'} = qE$  [斥力]

$E$ は、いずれもS'系で見たときの電荷 $q$ がつくる電場

つまり、 $F_s < F_{s'}$  であって、系が異なると、力の大きさが異なる ことになります。

## ■ 村田の計算した力の大きさ



S系で見ると、単位長さあたりにはたらく力は、 $F_s = \frac{\rho^2}{2\pi\epsilon_0 r} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$  [斥力]  $\rho$ は、S系で見たときの電気量の線密度

S'系で見ると、 $F_{s'} = \frac{\rho'^2}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{\rho^2}{2\pi\epsilon_0 r} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$  [斥力]  $\rho'$ はS'系で見たときの電気量の線密度

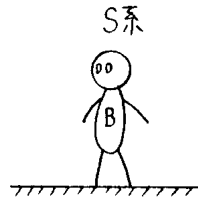
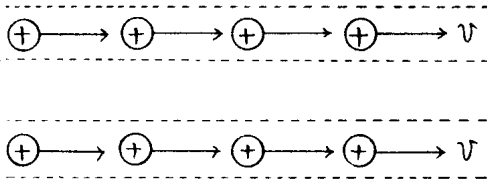
つまり、 $F_s = F_{s'}$  であって、系が異なっても力の大きさは同じ ことになります。

## ■ 1個の電荷 $q$ が受ける力の大きさは

このように結論が異なる理由は、小川さん、石川さんは電荷1個が受ける力を計算しているのに対し、僕は導線の単位長さあたりが受ける力を計算しているからです。

僕の計算をもう少し進めて、電荷1個あたりの力の式にしてみましょう。はたして、小川さん、石川さんの計算と一致するでしょうか。

まず、S系で見ると・・・



単位長さ（1 m）あたり、 $n$ 個の正電荷があるとします。（正電荷は1個  $q$ クーロンの電気量を持つとする）  
そうすると、電気量の線密度 $\rho$ は、 $\rho = nq$  [C/m]となります。

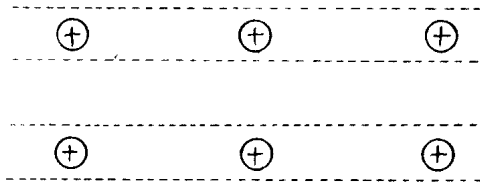
これがつくる電場 $E$ は、 $E = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{nq}{2\pi\epsilon_0 r}$  です。

さて、電荷1個あたりが受ける力は、僕の式の  $F_s = \frac{\rho^2}{2\pi\epsilon_0 r} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$  を $n$ で割って、

$$\frac{F_s}{n} = \frac{\rho^2}{2\pi\epsilon_0 r n} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{nq^2}{2\pi\epsilon_0 r} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) qE \quad \text{①}$$

$E$ は、S系で見た電場

では、S'系で見ると・・・



単位長さあたりの電荷の個数 $n'$  は、 $n' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} n$  となっているので、

電気量の線密度 $\rho'$  は、 $\rho' = n' q = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} nq = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rho$  になっています。

つまり、S系のときより、電気量の線密度は小さくなっています。

したがって、これがつくる電場 $E'$ も、
$$E' = \frac{\rho'}{2\pi\epsilon_0 r} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \frac{nq}{2\pi\epsilon_0 r} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} E$$

と、小さくなっています。

さて、電荷1個が受ける力は、僕の式の  $F_s = \frac{\rho'^2}{2\pi\epsilon_0 r}$  を $n'$ で割って、

$$\frac{F_s}{n} = \frac{\rho'^2}{2\pi\epsilon_0 r n'} = \frac{n' q^2}{2\pi\epsilon_0 r} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \frac{nq^2}{2\pi\epsilon_0 r} = qE' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} qE \quad \text{②}$$

$E$ はS系で  
見た電場

①と②を比較すると、

S系では電荷1個が受ける力は、S'系での力の  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  倍（小さい）であって、

これは、小川さん、石川さんの結論と同じです。あー良かった。僕の計算も間違ってたんだ。

### ■ 結局どうだったのかと言うと

つまり、こういうことです。

S'系では電気量の線密度が小さく（スカスカに）なっています。  $\left( \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \text{ 倍} \right)$

ところが、電荷1個あたりが受ける力は 大きく なって  $\left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ 倍} \right)$  いるので、

小川さん、石川さんが  
出した結論

単位長さあたりに受ける力は 同じ なのです。

村田が  
出した結論

### ■ 古典論でアタマが硬り固まっていた村田

したがって、前回の僕の原稿の一部を修正しなければなりません。『電荷が受ける力はその慣性系から見ても同じ』という部分です。“電荷”じゃなくて、“導線の単位長さあたり”ですね。

それから、『相対性原理から当然のことながら、云々』なんて部分も“削除”です。アタマが古典論で凝り固まっていた僕は前回、『座標系を変えても力の大きさは同じになるはずだ。だってガリレオの相対性原理ってそういうことを要請してるんだろう？ 同じ大きさの力になれ！』と願いながら（笑）、計算を進めていたのです。で、幸運にも（不幸にも？）単位長さあたりの力がS系でもS'系でも同じになったのを見て、ホッとしてたのです。（笑）

力の大きさは、系によって変わってもいいんですね。相対性原理で、『系が変わっても同じなのは“法則の形”』なので。ローレンツ変換が、やっと少しわかってきた気がします。

それにしても、高校の教科書に書いてあるような古典電磁気学の話からほんの1歩（半歩かも？）踏み出すだけで、特殊相対論の世界に入っちゃうんですねー。こりゃ面白いなあ。

